II-03 CINEMATIQUE ET GRANDEURS VECTORIELLES

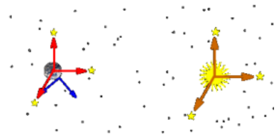
1. Description d'un mouvement

1.1. Mouvement d'un corps

Le mouvement d'un corps est le plus souvent décrit par le mouvement d'un point de ce corps

http://www.ostralo.net/3_animations/swf/CentreInertie.swf

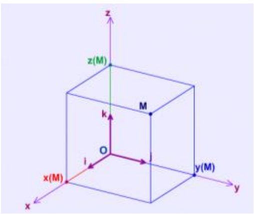
1.2. Choix du référentiel



Le plus souvent, le référentiel choisi est le référentiel terrestre pour des mouvements de courte durée.
Le référentiel terrestre est constitué par un point de la surface de la Terre et d'un repère Oxyz dont les axes pointant vers des étoiles infiniment lointaines.
Le référentiel terrestre est en mouvement de rotation dans le référentiel géocentrique.

http://scphysiques.free.fr/TS/physiqueTS/referentiels.swf

Repère d'espace et de temps



La position du point M dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ à un instant donné est caractérisée par le vecteur position : $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ dont les coordonnées sont x_M, y_M et z_M.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Cinematique/coord_cartesiennes.html

Si le point est en mouvement, les coordonnées x, y et z du point M sont des variables dépendant du temps, il faut alors choisir un instant origine des temps (dates).

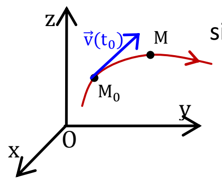
$$x = f(t)\ ;\ y = g(t)\ ;\ z = h(t)$$

L'ensemble des positions successives de M constituent la trajectoire du point

1.3. Vitesse d'un point

Une **vitesse moyenne** est calculée par : $v = \frac{D}{\Delta t}$ où D est la distance parcourue et Δt la durée du parcours.

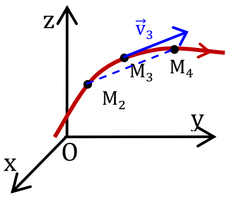
La vitesse d'un point à un instant donné ou **vitesse instantanée** possède **3 caractéristiques** : direction – sens – valeur (en $m.s^{-1}$) ; elle est modélisée par un **vecteur vitesse**, **tangent à la trajectoire et dans le sens du mouvement** au point considéré.



Le déplacement du point M entre les instants t_0 et t est représenté par $\overrightarrow{M_0M}$; alors $\frac{\overrightarrow{M_0M}}{\Delta t} \approx \vec{v}(t_0)$ si Δt suffisamment petit.

Avec $\overrightarrow{M_0M} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM_0} = \Delta\overrightarrow{OM}$, la vitesse instantanée est obtenue pour Δt→ 0 : $\vec{v}(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

Dans un référentiel donné, le vecteur vitesse $\vec{v}$ d'un point M est la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{OM}$: $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$
avec $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$, la vitesse est $\vec{v} = \frac{dx}{dt}.\vec{i} + \frac{dy}{dt}.\vec{j} + \frac{dz}{dt}.\vec{k}$ et sa valeur est obtenue par : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$



Voir l'exemple p169

🛠 Dans la pratique (voir TP), le vecteur vitesse instantanée à l'instant t_3 est obtenu par

$$\vec{v}_3 = \frac{\overrightarrow{M_2M_4}}{t_4 - t_2}$$

exercices n°4 et 5* p174*

1.4. Accélération

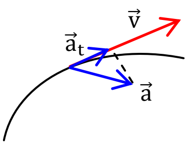
L'accélération caractérise la variation de la vitesse au cours du temps : $\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ exprimée en $m.s^{-2}$

Comme pour la vitesse instantanée, l'accélération instantanée est obtenue pour Δt→ 0 : $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Dans un référentiel donné, l'accélération d'un point M est la dérivée par rapport au temps de la vitesse du point : $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$

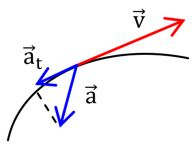
Le vecteur accélération est alors défini par : $\vec{\mathbf{a}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$: $\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

Le vecteur accélération $\vec{a}$ a la même direction et le même sens que le vecteur variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta v}$.



Si l'accélération tangentielle $\vec{a}_t$ est dans le même sens que $\vec{v}$,
le mouvement est accéléré

Si l'accélération tangentielle $\vec{a}_t$ est dans le sens contraire de $\vec{v}$,
le mouvement est retardé ou **ralenti**



🛠 Dans la pratique, le vecteur accélération à un instant t_4 est obtenu par $\vec{a}_4 = \frac{\vec{v}_5 - \vec{v}_3}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\Delta v_4}}{\Delta t}$

Construction des vecteurs vitesse et accélération : http://www.spc.ac-aix-marseille.fr/phy_chi/Menu/Activites_pedagogiques/livre_TS/41_newton/Vit_accel.htm

1.5. Nature d'un mouvement

La nature du mouvement d'un point est décrite par la forme de la trajectoire et la variation au cours du temps de la vitesse et de l'accélération du point.

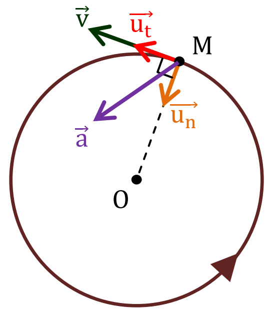
✓ **mouvement rectiligne :** la trajectoire du point est une ligne droite.
les vecteurs vitesse et accélération conservent la même direction, celle du mouvement.

- Si $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ le mouvement est rectiligne **uniforme car la vitesse $\vec{v}$ est constante** : elle garde la même direction, le même sens et la même valeur.
- Si $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$, le mouvement est rectiligne **varié**, **accéléré si la vitesse augmente** ($\vec{a}$ est dans le même sens que $\vec{v}$), **ralenti si la vitesse diminue** ($\vec{a}$ est dans sens opposé à $\vec{v}$).
- Si $\vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$, le mouvement est rectiligne **uniformément varié**.

Quizz cinématique : *http://bertrand.kieffer.pagesperso-orange.fr/ibays/Primary/html/ens/physique/Kieffer/SPterm/documents/Mouvements.htm*

exercices n°3 et 4 p194*

✓ **mouvement circulaire :** la trajectoire du point est un cercle.



Repère de Frenet
Les vecteurs unitaires $\vec{u_t}$ et $\vec{u_n}$, associés au point M, définissent un repère mobile (M, $\vec{u_t}$, $\vec{u_n}$) appelé repère de Frenet.
Dans ce repère les vecteurs vitesse et accélération ont pour coordonnées tangentielles et radiales :

$$\vec{v}\begin{cases} v_t = v \\ v_n = 0 \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \vec{a}\begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases}$$

✓ **Cas du mouvement circulaire uniforme** :

Si le mouvement est uniforme, la valeur de la vitesse **v est constante** et donc $\frac{dv}{dt} = 0$ mais le **vecteur vitesse n'est pas constant** car il change de direction à chaque instant donc $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$, le vecteur accélération possède alors les caractéristiques suivantes (voir TP) :

$\vec{a}$
- direction : normale à la trajectoire ou radiale (celle du rayon)
- sens : vers le centre du mouvement (centripète)
- valeur : $a = \frac{v^2}{R}$

exercices n°3 et 4 p214*

2. Quantité de mouvement

L'étude des mouvements montre que l'effet d'une force sur un mouvement est lié à la masse de l'objet.
On définit alors une grandeur qui associe la vitesse (caractéristique des mouvements) à la masse (caractéristique de l'objet) :
la quantité de mouvement.

mise en évidence : *http://www.espace-sciences.org/explorer/animations-en-ligne/l-acceleration*

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un point matériel est égal au **produit de sa masse m par son vecteur vitesse $\vec{v}$** : $\vec{p} = m \times \vec{v}$
La valeur de la quantité de mouvement est p = m×v , avec m en kg - v en $m.s^{-1}$ et donc p en $kg.m.s^{-1}$

Remarques :
- un point matériel est un objet ponctuel affecté d'une masse.
- $\vec{v}$ dépendant du référentiel d'étude, $\vec{p}$ en dépend également.
- Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{p}$ sont colinéaires et toujours de même sens car la masse est une gradeur positive.

Le vecteur quantité de mouvement d'un système mécanique constitué de plusieurs points matériels est : $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} \ldots = \sum_i \vec{p_i}$

exercices n°7 et 12 p175*

applications : n° 17 p178, 16 p198